**Το Τρίγωνο του Πασκάλ**

**Τρίγωνο του Πασκάλ:**

(a+b)0= 1

(a+b)1= 1 1

(a+b)2= 1 2 1

(a+b)3= 1 3 3 1

(a+b)4= 1 4 6 4 1

(a+b)5= 1 5 10 10 5 1

(a+b)6= 1 6 15 20 15 6 1

(a+b)7= 1 7 21 35 35 21 7 1

Όπως στο τρίγωνο του Πασκάλ για το (a+b)ν οι συντελεστές του “a” και “b” είναι το 1 και στα δύο , έτσι και στο (2a+b)v είναι 2 και 1 αντίστοιχα, άρα:

(2a+1b)2= (2a)2+2·2a·1b+(1b)2= 4a2+4ab+b2

συντελεστές: 4,4,1

(2a+1b)3= (2a)3+3·(2a)2·1b+3·2a·(1b)2+(1b)3=8a3+12a2\*b+6ab2+1b3

συντελεστές: 8,12,6,1

(2a+1b)4= (2a)4+4·(2a)3·1+6·(2a)2·(1b)2+4·2·(1b)3+(1b)4= 16a4+32a3·b+24a2·b2+8ab3+1b4

συντελεστές: 16,32,24,8,1

(2a+1b)5= (2a)5+5·(2a)4·1+10·(2a)3·(1b)2+10·(2a)2·(1b)3+5·2·(1b)4+(1b)5= 32a5+80a4·b+80a3·b2+40a2·b3+10ab4+1a5

συντελεστές: 32,80,80,40,10,1

(2a+1b)6= …

(2a+b)0= 1

(2a+b)1= 2 1

(2a+b)2= 4 4 1

(2a+b)3= 8 12 6 1

(2a+b)4= 16 32 24 8 1

(2a+b)5= 32 80 80 40 10 1

(2a+b)6= 64 192 240 160 60 12 1

(2a+b)7= 128 448 672 560 280 84 14 1

Βλέπουμε ότι στις διαγώνιες του πρώτου τριγώνου υπάρχουν οι δυνάμεις των συντελεστών του “a” και του “b”, αφού αυτοί είναι το 1, στις διαγώνιες βλέπουμε το 1 (γιατί όλες οι δυνάμεις του 1 είναι ίσες με 1). Στις διαγώνιες του τριγώνου (2a+b)v υπάρχουν οι δυνάμεις των συντελεστών του “a” και του “b”, δηλαδή το 1 και το 2 αντίστοιχα. Στην αριστερή διαγώνιο θα είναι οι δυνάμεις του 2 και στην δεξιά οι δυνάμεις του 1.

**Το Μπαστούνι του Hockey**

Το Μπαστούνι του Hockey στο Τρίγωνο του Πασκαλ για το (a+b)v :

(a+b)0= 1

(a+b)1= 1 1

(a+b)2= 1 2 1

(a+b)3= 1 3 3 1

(a+b)4= 1 4 6 4 1

(a+b)5= 1 5 10 10 5 1

(a+b)6= 1 6 15 20 15 6 1

(a+b)7= 1 7 21 35 35 21 7 1

|  |  |
| --- | --- |
| 1+2+3= | 6 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1+5+15= | 21 |

Στο μπαστούνι του hockey οι αριθμοί στο τρίγωνο πρέπει να σχηματίζουν ένα μπαστούνι του hockey και το άθροισμα του μακρόστενου μέρους ισούται με την βάση η οποια πρέπει να είναι στραμμένη προς τη μεριά απ’ όπου ξεκίνησε το μπαστούνι.

Στο τρίγωνο για το (2a+b)ν:

(2a+b)0= 1

(2a+b)1= 2 1

(2a+b)2= 4 4 1

(2a+b)3= 8 12 6 1

(2a+b)4= 16 32 24 8 1

(2a+b)5= 32 80 80 40 10 1

(2a+b)6= 64 192 240 160 60 12 1

(2a+b)7= 128 448 672 560 280 84 14 1

|  |  |
| --- | --- |
| 2+4+6= | 24 - δεν ισχύει |

|  |  |
| --- | --- |
| 1+10+60= | 84 - δεν ισχύει |

Δεν ισχύει η ίδια ιδιότητα για το τρίγωνο του Πασκάλ στο (a+b)ν και στο (2a+b)ν.

**Ας παρατηρήσουμε το μπαστούνι του Hockey ατην αριστερή πλευρά:**

(2a+b)0= 1

(2a+b)1= 2 1

(2a+b)2= 4 4 1

(2a+b)3= 8 12 6 1

(2a+b)4= 16 32 24 8 1

(2a+b)5= 32 80 80 40 10 1

(2a+b)6= 64 192 240 160 60 12 1

(2a+b)7= 128 448 672 560 280 84 14 1

|  |  |
| --- | --- |
| 2(2+4+6)= 2·12= | 24 |
| 2(8+32)= 2·40= | 80 |
| 2(16+80)= 2·96= | 192 |
| 2(8+32+80)= 2·120= | 240 |
| 2(8+32+80+160)= 2·280= | 560 |

Άρα η βάση ισούται με το διπλάσιο του αθροίσματος του μακρόστενου μέρους

**Ας παρατηρήσουμε το μπαστούνι του Hockey στη δεξια πλευρά:**

(2a+b)0= 1

(2a+b)1= 2 1

(2a+b)2= 4 4 1

(2a+b)3= 8 12 6 1

(2a+b)4= 16 32 24 8 1

(2a+b)5= 32 80 80 40 10 1

(2a+b)6= 64 192 240 160 60 12 1

(2a+b)7= 128 448 672 560 280 84 14 1

|  |  |
| --- | --- |
| 1+4+12+0+1+6= 17+7= | 24 |
| 1+10+60+0+1+12= 71+13= | 84 |
| 1+12+0+1= 13+1= | 14 |
| 1+8+40+0+1+10= 49+11=  | 60 |
| 1+6+24+0+1+8= 31+9= | 40 |

Άρα η βάση ισούται με το άθροισμα δύο διαδοχικών διαγωνίων του τριγώνου, του μακρόστενου μέρους και της διπλανής διαγωνίου(όπως φαίνεται στο τρίγωνο).

Πηγές: [Hockey Stick in Pascal's Triangle - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=kg1zzjZS3SM)

[Simple Addition Connects Crazy Math Concepts | Pascal's Triangle - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=sunRpPcGwCo)