***Τρίγωνο Πασκάλ***

*Για την ταυτότητα:*$(α+β)^{ν}$

*Στο τρίγωνο του Pascal, η τρίτη διαγώνιος αποτελείτε από τους αριθμούς 1,3,6,10,15…, που παριστάνονται στο επίπεδο με την μορφή τριγώνου. Δηλαδή τους λεγομένους τριγωνικούς αριθμούς.*

*Παράδειγμα των τριγωνικών αριθμών:*

*Τ1=1 Τ2=3 Τ3=6 Τ4=10 Τ5=15*

Δηλαδή οι τριγωνικοί αριθμοί σχηματίζουν την ακολουθία:

1, 3, 6, 10, 15,. . . . . . . . . . . . . . . αν. . . . . . . . . . . . . . .. . . . .

 ***Τρίγωνο Πασκάλ***

*Θα εξετάσουμε για την ταυτότητα****:***$(3α+β)^{ν}$

Για ν=0, $(3α+β)^{0}$=1

Για ν=1, $(3α+β)^{1}$=3α+β

Για ν=2, $(3α+β)^{2}$=9$α^{2}$+6αβ+β2

*Για ν=3,* $(3α+β)^{3}$*=27α3+27α2β+9αβ2+β3*

Για ν=4, $(3α+β)^{4}$*=81α4+108 α3β+
54 α2*β2*+12α*β3*+* β4

Για ν=5, $(3α+β)^{5}$*=243α5+305α4β+*

*+270α3*β2*+90α*2β3*+15α*β4*+*β5

*Σε αυτό το τρίγωνο η τρίτη διαγώνιος του τριγώνου απ’ τα αριστερά αποτελείται από τους αριθμούς 9, 27, 54 ,90…., ενώ η τρίτη διαγώνιος απ’ τα δεξιά από τους αριθμούς 1, 9, 54, 270…. . Όμως καμία από τις διαγώνιους δεν αποτελείται από τους τριγωνικούς αριθμούς.*

 *Θα δούμε αν οι αριθμοί αυτών των διαγώνιων ακολουθούν ένα άλλο μοτίβο.*

 *Οι αριθμοί της τρίτης διαγώνιου του τριγώνου απ’ τα αριστερά σχηματίζουν την ακολουθία: 9, 27, 54, 90. . . .βν . .*  *Κάθε αριθμός της ακολουθίας αυτής είναι ίσος με το γινόμενο του αντίστοιχου τριγωνικού αριθμού και του* $3^{2}$*. Δηλαδή:*

*Τριγωνικοί:* 1, 3, 6, 10, 15,. . . . . . . . . . . . . αν. . . . . . ε*πί το* $3^{2}$

 *Άρα αν βν, αν είναι οι ν-οστοί όροι των δυο ακολουθιών, τότε ισχύει* $βν=αν×3^{2}$

*Π.χ.* $9=1×3^{2}$ *,* $27=3×3^{2}$*,* $54=6×3^{2}$*,* $90=10×3^{2}$*, . . . . . . .*

*Ενώ, οι αριθμοί της τρίτης διαγώνιου του τριγώνου απ’ τα δεξιά σχηματίζουν την ακολουθία: 1, 9, 54, 270, . . . . . λ*ν. . . ..  *Κάθε αριθμός της ακολουθίας αυτής είναι ίσος με το γινόμενο του αντίστοιχου τριγωνικού αριθμού και του* $3^{ν}$*. Δηλαδή:*

*Τριγωνικοί:* 1, 3, 6, 10, 15,. . . . . . . . . . . . . . . . αν. . . . . . ε*πί* $3^{ν} $*, ν= 0, 1, 2, 3, 4. . . . . . . . . . .*

*Άρα αν λν, αν είναι οι ν-οστοί όροι των δυο ακολουθιών, τότε ισχύει* $λν=αν×3^{ν}$

*Π.χ.* $1=1×3^{0}$*,* $9=3×3^{1}$*,* $54=6×3^{2}$*,* $270=10×3^{3}$*,. . . . . . . .*