

- Αναζητούμε εάν υπάρχει κάποιο αντίστοιχο μοτίβο στο τρίγωνο του Πασκάλ για την παρακάτω ταυτότητα:

Ταυτότητα: $(3\alpha+\beta)^n$

$$(3\alpha+\beta)^0: 1$$

$$(3\alpha+\beta)^1: 3\alpha+1\beta$$

$$(3\alpha+\beta)^2: 9\alpha^2+6\alpha\beta+1\beta^2$$

$$(3\alpha+\beta)^3: 27\alpha^3+87\alpha^2\beta+9\alpha\beta^2+1\beta^3$$

$$(3\alpha+\beta)^4: 81\alpha^4+108\alpha^3\beta+54\alpha^2\beta^2+12\alpha\beta^3+1\beta^4$$

$$(3\alpha+\beta)^5: 243\alpha^5+305\alpha^4\beta+270\alpha^3\beta^2+72\alpha^2\beta^3+15\alpha\beta^4+1\beta^5$$

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & & & 3 & 1 \\
 & & & & & 9 & 6 & 1 \\
 & & & & 27 & 87 & 9 & 1 \\
 & & 81 & 108 & 54 & 12 & 1 \\
 243 & 305 & 270 & 72 & 15 & 1
 \end{array}$$

Παρατηρούμε ότι η πρώτη διαγώνιος του τριγώνου που είναι αριστερά δεν αποτελείται από τον αριθμό 1. Όμως, αποτελείται, από τις δυνάμεις του 3 σε συνεχή διαδοχή.

$$3^0=1$$

$$3^1=3$$

$$3^2=9$$

$$3^3=27$$

$$3^4=81$$

$$3^5=243$$

κ.ο.κ

2_η Ιδιότητα: Χρωματίζοντας τα πολλαπλάσια του 2 στο τρίγωνο του Πασκάλ, σχηματίζεται ένα εντυπωσιακό σχέδιο στο οποίο εμφανίζονται μικρά και μεγάλα τρίγωνα.

Ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^n$

$$(\alpha + \beta)^0: 1$$

$$(\alpha + \beta)^1: 1\alpha + 1\beta$$

$$(\alpha + \beta)^2: 1\alpha^2 + 2\alpha\beta + 1\beta^2$$

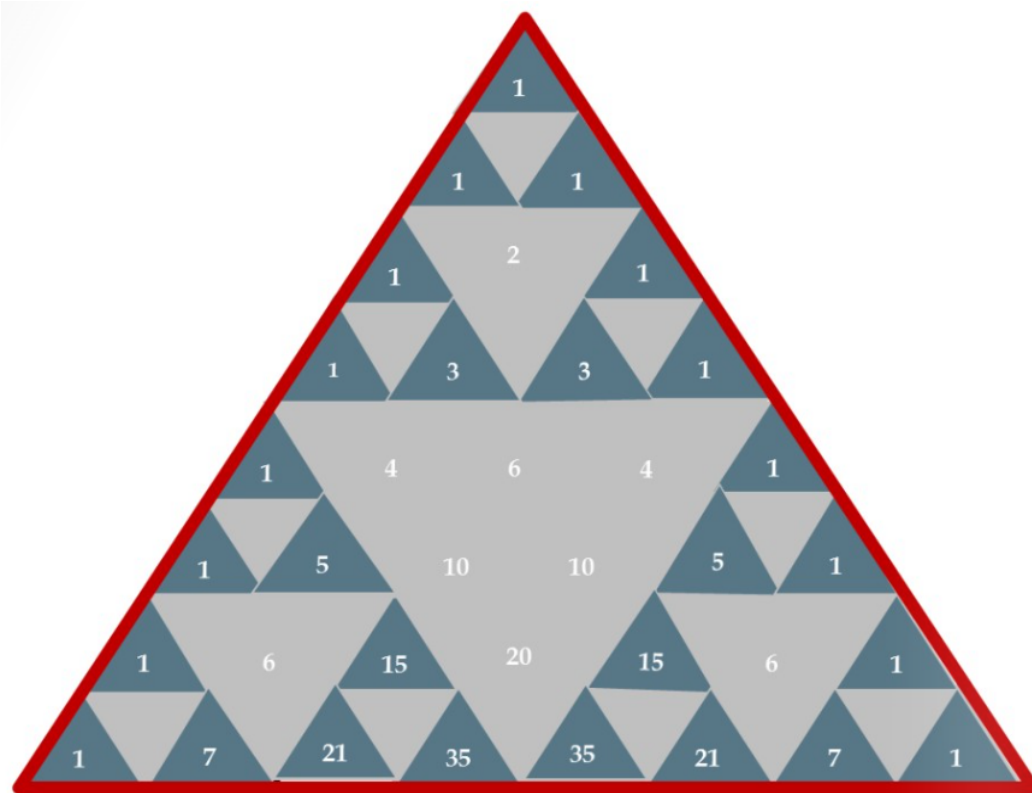
$$(\alpha + \beta)^3: 1\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + 1\beta^3$$

$$(\alpha + \beta)^4: 1\alpha^4 + 4\alpha^3\beta + 6\alpha^2\beta^2 + 4\alpha\beta^3 + 1\beta^4$$

$$(\alpha + \beta)^5: 1\alpha^5 + 5\alpha^4\beta + 10\alpha^3\beta^2 + 10\alpha^2\beta^3 + 5\alpha\beta^4 + 1\beta^5$$

$$(\alpha + \beta)^6: 1\alpha^6 + 6\alpha^5\beta + 15\alpha^4\beta^2 + 20\alpha^3\beta^3 + 15\alpha^2\beta^4 + 6\alpha\beta^5 + 1\beta^6$$

$$(\alpha + \beta)^7: 1\alpha^7 + 7\alpha^6\beta + 21\alpha^5\beta^2 + 35\alpha^4\beta^3 + 35\alpha^3\beta^4 + 21\alpha^2\beta^5 + 7\alpha\beta^6 + 1\beta^7$$



- Προσπαθούμε να βρούμε ένα παρόμοιο μοτίβο που να αντιστοιχεί για την παρακάτω ταυτότητα:

Ταυτότητα: $(3\alpha+\beta)^n$

$$(3\alpha+\beta)^0: 1$$

$$(3\alpha+\beta)^1: 3\alpha+1\beta$$

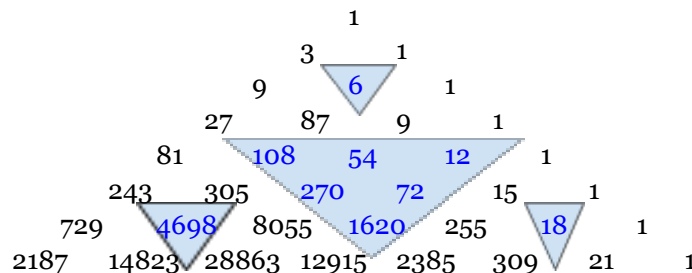
$$(3\alpha+\beta)^2: 9\alpha^2+6\alpha\beta+1\beta^2$$

$$(3\alpha+\beta)^3: 27\alpha^3+87\alpha^2\beta+9\alpha\beta^2+1\beta^3$$

$$(3\alpha+\beta)^4: 81\alpha^4+108\alpha^3\beta+54\alpha^2\beta^2+12\alpha\beta^3+1\beta^4$$

$$(3\alpha+\beta)^5: 243\alpha^5+305\alpha^4\beta+270\alpha^3\beta^2+72\alpha^2\beta^3+15\alpha\beta^4+1\beta^5$$

$$(3\alpha+\beta)^6: 729\alpha^6+4698\alpha^5\beta+8055\alpha^4\beta^2+1620\alpha^3\beta^3+255\alpha^2\beta^4+18\alpha\beta^5+1\beta^6.$$



Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι στο τρίγωνο με την παραπάνω ταυτότητα, σχηματίζονται επίσης τρίγωνα διαφόρων μεγεθών αποτελούμενα από τα πολλαπλάσια του 2.

Χρήστος Ντάρας Γ4